

5.º TESTE DE MATEMÁTICA - 12.º 7

Duração: 90 minutos

2.º Período – 29/04/02

Nome:

N.º:

Classificação:

Grupo I

- As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Lança-se duas vezes um dado tetraédrico equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 4. Seja X o número de vezes que sai a face 4 nos dois lançamentos. Qual é a distribuição de probabilidades da variável X?

(A)

$x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2$	$2 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^2$

(B)

$x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\left(\frac{1}{4}\right)^2$	$2 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^2$

(C)

$x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{4}$	$2 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

(D)

$x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$2 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$

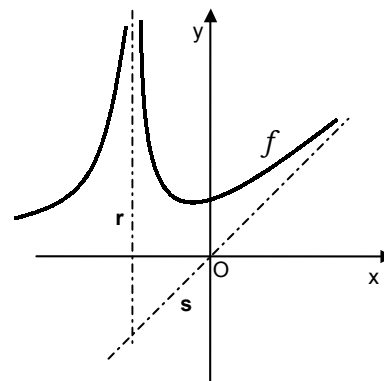
2. Na figura ao lado, as rectas r e s são assíntotas do gráfico de f. Qual das afirmações seguintes é **necessariamente** verdadeira?

(A)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$

(B)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

(C)  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$

(D)  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 0$



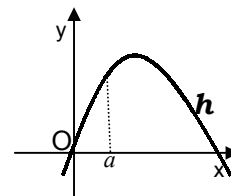
3. Para um certo valor de  $k$ , é contínua em  $\mathbf{R}$  a função  $g$  definida por  $g(x) = \begin{cases} ke^{-x} + 1 & \text{se } x \geq 0 \\ \frac{\text{sen}(3x)}{x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$

Qual é o valor de  $k$ ?

- (A)  $-2$                       (B)  $0$                       (C)  $1$                       (D)  $2$

4. A função  $h$ , de domínio  $\mathbf{R}$ , admite primeira e segunda derivadas no ponto  $a$ . Então, podemos concluir que:

- (A)  $f''(a) = 0$                       (B)  $f'(a) = 0$   
 (C)  $f''(a) > 0$                       (D)  $f'(a) > 0$



5. Uma roda gigante começa a girar. A distância, em metros, de uma cadeira ao solo,  $t$  segundos após a roda gigante ter começado a girar, é dada por  $d(t) = 7 + 5 \text{sen}\left(\frac{\pi t}{30}\right)$ . Qual é a velocidade (aproximada) da cadeira, em metros por segundo, após 5 segundos?

- (A)  $0,4$                       (B)  $0,5$                       (C)  $1,2$                       (D)  $2,5$

### Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

**Atenção:** quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. Foi detectada uma praga agrícola. Para a exterminar, foram lançados pesticidas. O desenvolvimento da praga após a aplicação dos pesticidas é dada (em milhares de insectos por metro quadrado) pela função definida por:

$$E(x) = 8 - \log_2(3x + 4) \text{ sendo } x \text{ em horas.}$$

- 1.1. Numa loja da especialidade há seis latas de pesticida à venda numa prateleira: quatro têm rótulo amarelo e dois têm rótulo azul. Ordenando aleatoriamente os pesticidas na prateleira, qual a probabilidade de os pesticidas de rótulo azul ficarem nos extremos? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
- 1.2. Quantos insectos por  $\text{m}^2$  havia ao fim de vinte e quatro horas? Apresente o resultado arredondado às unidades.
- 1.3. Após quanto tempo havia 400 insectos por  $\text{m}^2$ ? Apresente o resultado em dias e horas (horas arredondado às unidades).
- 1.4. Mostre, analiticamente, que  $E''(x) = \frac{9}{\ln 2(3x+4)^2}$  e conclua sobre o sentido das concavidades do gráfico de  $E$ .

2. Considere a função  $f$ , de domínio  $]0, \pi[$  definida por  $f(x) = \frac{1 + \operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x}$ .

2.1. Sem recorrer à calculadora, resolva as duas alíneas seguintes.

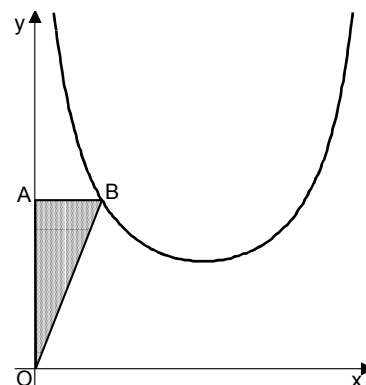
a) Resolva a equação  $f(x) = 3$

b) Mostre que a função  $f$  tem um mínimo e determine-o.

2.2. Na figura está representada parte do gráfico da função  $g$  definida por  $g(x) = f(x) - 1$ .

Na mesma figura está também representado um triângulo rectângulo [BOA]. O ponto B pertence ao gráfico de  $g$  e tem ordenada 2,5. Recorrendo à sua calculadora, determine a área do triângulo [BOA] (apresente o resultado arredondado às décimas). Explique como procedeu.

**Nota:** sempre que, nos valores intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, uma casa decimal.



3. Calcule o valor exacto de  $\cos\left(\frac{11}{12}\pi\right)$ .

**Sugestão:** descubra primeiro dois ângulos  $a$  e  $b$ , cujas razões trigonométricas são conhecidas, e tais que  $\frac{11}{12}\pi = a + b$

FIM

## COTAÇÕES

Grupo I ..... 5

Cada resposta certa .....	+ 1
Cada resposta errada .....	- 0,2
Cada questão não respondida ou anulada .....	0

**Nota:** um total negativo neste grupo vale 0 (zero) valores.

Grupo II ..... 15

1. ....	7,8
1.1. ....	1,8
1.2. ....	1,8
1.3. ....	2
1.4. ....	2,2
2. ....	5,6
2.1. ....	3,8
a) .....	1,8
b) .....	2
2.2. ....	1,8
3. ....	1,6