

6.º TESTE DE MATEMÁTICA - 12.º 7

Duração: 90 minutos

3.º Período – 27/05/02

Nome:

N.º:

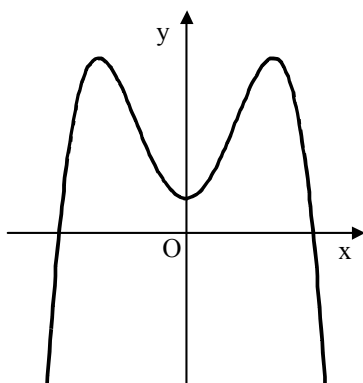
Classificação:

Grupo I

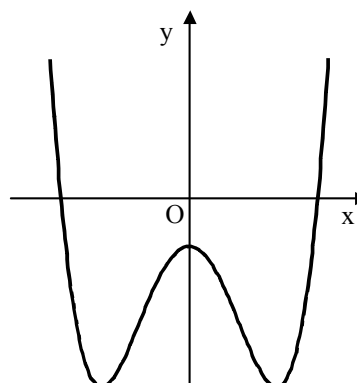
- As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Seja p uma função, de domínio \mathbf{R} , tal que a sua **segunda derivada** é definida por $p''(x) = 1 - x^2$. Em qual das figuras seguintes poderá estar parte da representação gráfica da **função** p ?

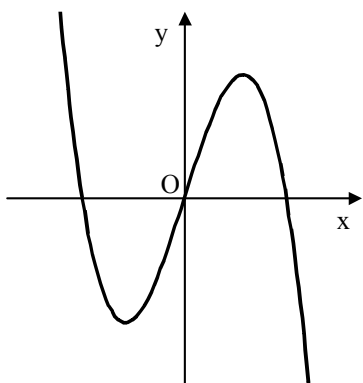
(A)



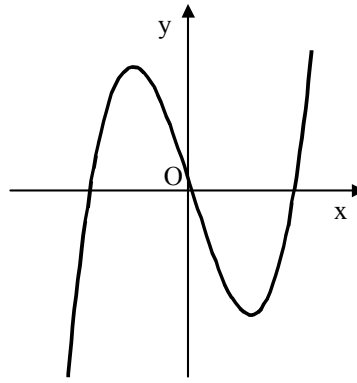
(B)



(C)



(D)



2.

de $\frac{1}{z}$ (\bar{z} é o conjugado de z)?

(A) $1 + 3i$

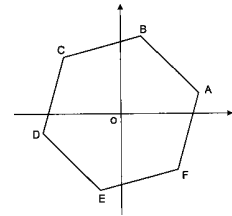
(B) $\frac{3}{10} + \frac{1}{10}i$

(C) $\frac{1}{10} - \frac{3}{10}i$

(D) $3 - i$

Considere o número complexo $z = 1 - 3i$. Qual é o valor

3. Na figura está representado um hexágono cujos vértices são as imagens geométricas, no plano complexo, das raízes de índice 6 de um certo número complexo.



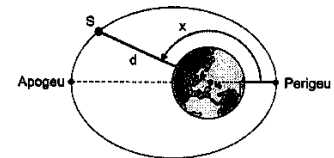
O vértice B é a imagem geométrica do número complexo $\sqrt{2} \operatorname{cis}\left(\frac{5}{12}\pi\right)$. Qual dos seguintes números complexos tem por imagem geométrica o vértice E?

- (A) $\sqrt[6]{2} \operatorname{cis}\left(\frac{4}{3}\pi\right)$ (B) $\sqrt{2} \operatorname{cis}\left(\frac{4}{3}\pi\right)$ (C) $\sqrt[6]{2} \operatorname{cis}\left(\frac{17}{12}\pi\right)$ (D) $\sqrt{2} \operatorname{cis}\left(\frac{17}{12}\pi\right)$

4. Admita que, nos pacotes de lenços de marca *Renola*, a variável “peso dos pacotes de lenços” segue uma distribuição aproximadamente normal, de média 20 g. Escolhe-se, ao acaso, um pacote de lenços dessa marca. Relativamente a esse pacote, qual dos seguintes acontecimentos é o mais provável?

- (A) O seu peso é superior a 18 g (B) O seu peso é inferior a 18 g
(C) O seu peso é superior a 24 g (D) O seu peso é inferior a 24 g

5. Um satélite S tem uma órbita elíptica em torno da Terra, tal como se representa na figura. A distância d , em km, do satélite ao centro da Terra, é dada por $d = \frac{7820}{1+0,07 \cos x}$



O ângulo x , assinalado na figura, tem o seu vértice no centro da Terra e a sua amplitude é de 140° . Tendo em conta estes dados, o valor aproximado de d é:

- (A) 8263 km (B) 7820 km (C) 7308 km (D) 9050 km

Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. Na figura está representada uma pirâmide quadrangular regular. Sabe-se que:
A base da pirâmide tem centro F e lado 2;
 G é o ponto médio da aresta $[BC]$;

x designa a amplitude do ângulo FGE e $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$

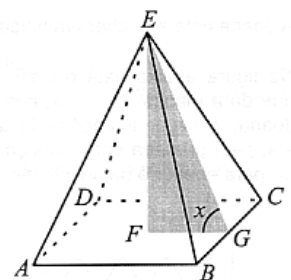
- 1.1. Mostre que a área total da pirâmide é dada, em função de x , por

$$A(x) = \frac{4 \cos x + 4}{\cos x}$$

- 1.2. Resolva a equação $A(x) = 1$

- 1.3. Mostre que $A'(x) = \frac{4 \operatorname{sen} x}{\cos^2 x}$.

- 1.4. Tendo em conta a alínea anterior, o que pode dizer sobre a monotonia de A ? Justifique.



1.5. Calcule $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} A(x)$ e interprete geometricamente o valor obtido.

1.6. Estude a função A quanto à existência de assíntotas do seu gráfico.

1.7. Considere agora todos os triângulos $[EFP]$, sendo P um **vértice da base ou um ponto médio dos lados da base**. Escolhido um desses triângulos ao acaso, qual é a probabilidade de o vértice P estar no segmento $[BC]$?

2. Em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, sejam $z_1 = \sqrt{2} \operatorname{cis}\left(\frac{5}{3}\pi\right)$ e $z_2 = -2i$.

Sem recorrer à calculadora, resolva as alíneas seguintes.

2.1. Determine $z_1 \times z_2$ na forma algébrica.

2.2. Determine $(z_2 + 2)^{10}$ na forma trigonométrica.

2.3. No plano complexo, a imagem geométrica de z_2 é um dos quatro vértices de um losango de perímetro 20, centrado na origem do referencial. Determine os números complexos cujas imagens geométricas são os restantes vértices do losango.

2.4. Resolva a equação $z^3 = \overline{z_1}$ e interprete geometricamente os afijos das suas soluções.

3. Considere o número complexo $w = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Mostre que $w^n + \frac{1}{w^n} = 2 \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right)$

FIM

COTAÇÕES

Grupo I **5**

Cada resposta certa	+ 1
Cada resposta errada	- 0,2
Cada questão não respondida ou anulada	0

Nota: um total negativo neste grupo vale 0 (zero) valores.

Grupo II **15**

1.				8,0
1.1.	1,3	1.2.	0,9	
1.3.	1,3	1.4.	1,1	
1.5.	1,1	1.6.	0,9	
1.7.	1,4			
2.				5,6
2.1.	1,4	2.2.	1,4	
2.3.	1,4	2.4.	1,4	
3.				1,4

O professor: RobertOliveira
internet: sm.page.vu
ou go.to/roliveira