

## 6.º TESTE DE MATEMÁTICA - 12.º 3

Duração: 90 minutos  
3.º Período – 09/06/03  
Nome:

Classificação:   ,

N.º: O professor:

## Grupo I

- As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- Não apresente cálculos.

1. Suponha que uma grande empresa tem os números de telefone começados por **111** (todos com nove algarismos). Sabe-se que apenas os quadros superiores têm os números de telefone começados por **11111**. Quantos números de telefone disponíveis para **quadros não superiores** podem existir nessa empresa?

(A) 990 000                      (B) 880 000                      (C) 770 000                      (D) 660 000

2. O dono de um *stand* tem oito automóveis (dos quais dois são comerciais) e tem de escolher cinco para pôr na entrada principal para venda.

Considere que  $X$  designa a variável “*número de automóveis comerciais existentes nessa entrada*”. Qual das seguintes distribuições de probabilidades pode ser a da variável  $X$  ?

(A)

$x_i$	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{6}{8C_5}$	$\frac{30}{8C_5}$	$\frac{20}{8C_5}$

(B)

$x_i$	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{20}{8C_5}$	$\frac{30}{8C_5}$	$\frac{6}{8C_5}$

(C)

$x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{6}{8C_5}$	$\frac{30}{8C_5}$	$\frac{20}{8C_5}$

(D)

$x_i$	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{20}{8C_5}$	$\frac{30}{8C_5}$	$\frac{6}{8C_5}$

3. A distância  $h$  (em metros) de um dado ponto do casco de um navio ao fundo do mar é dada, em função do tempo  $t$  (em horas) por  $h(t) = 10 - \cos(0,5t)$ . Qual é, aproximadamente, a velocidade (em metros por hora) do ponto do casco, duas horas após o início da contagem?

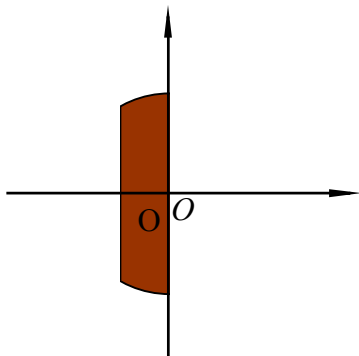
(A) 0,24                      (B) 0,35                      (C) 0,42                      (D) 0,53

4. Seja  $z$  um número complexo tal que  $z = 3 \operatorname{cis}\left(\frac{6}{7}\pi\right)$ . Qual poderá ser o simétrico de  $z$  ?

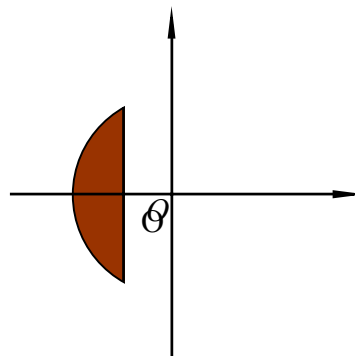
- (A)  $\frac{1}{3} \operatorname{cis}\left(\frac{13}{7}\pi\right)$       (B)  $\frac{1}{3} \operatorname{cis}\left(-\frac{6}{7}\pi\right)$       (C)  $3 \operatorname{cis}\left(\frac{13}{7}\pi\right)$       (D)  $3 \operatorname{cis}\left(-\frac{6}{7}\pi\right)$

5. Qual das figuras seguintes pode ser a representação geométrica, no plano complexo, do conjunto  $\{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 2 \wedge 0 \leq \operatorname{Re}(z) \leq 1\}$  ?

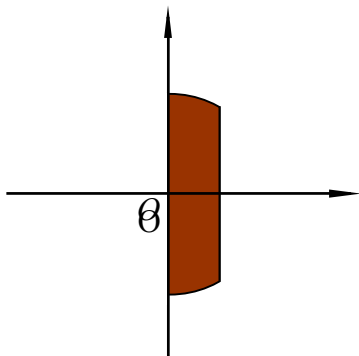
(A)



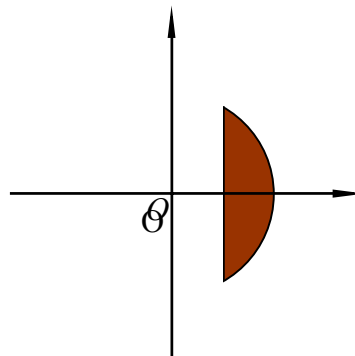
(B)



(C)



(D)



### Grupo II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

**Atenção:** quando não é indicada a aproximação que se pede para um resultado, pretende-se sempre o valor exacto.

1. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, sejam  $z_1 = 16 \operatorname{cis}\left(\frac{4}{3}\pi\right)$  e  $z_2 = -\sqrt{3} + i$ .

1.1. Escreva  $z_1$  na forma algébrica e  $z_2$  na forma trigonométrica.

1.2. Calcule o comprimento do segmento  $[AB]$ , sendo  $A$  a imagem geométrica de  $z_1$  e  $B$  a imagem geométrica do número complexo  $z_3 = z_1 \cdot i^{50}$ .

1.3. Indique, justificando, o valor lógico da proposição: "O número complexo  $\frac{z_1}{z_2}$  é um imaginário puro".

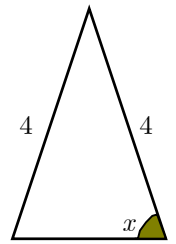
1.4. Sem recorrer à calculadora, resolva a equação  $z_2^5 \cdot z = z_1$ , apresentando o resultado na forma algébrica.

1.5. Mostre que  $z_2$  é uma das raízes quartas de  $z_1$  e determine, na forma trigonométrica, uma outra raiz.

2. Considere o número complexo  $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$  tal que o seu conjugado é igual ao seu inverso.

Prove que  $|z| = 1$ .

3. Numa fábrica de cerâmica produzem-se tijoleiras triangulares. Cada peça é um triângulo isósceles de lado 4 como mostra a figura  $(x \in ]0, \frac{\pi}{2}[)$ .



3.1 Verifique que a área do triângulo é dada, em função de  $x$ , por  $A(x) = 16 \operatorname{sen} x \cos x$ .

3.2. Utilizando métodos exclusivamente analíticos, mostre que existe um valor  $x$  para o qual a área da tijoleira é máxima e determine-o. Nestas condições, classifique o triângulo dado quanto aos ângulos.

3.3. Calcule, analiticamente,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{A(x)}{2x}$ .

3.4. Considere agora a função  $B$ , de domínio  $]0, \frac{\pi}{2}[$  e tal que a função  $A$  é a **segunda derivada** de  $B$ .

O que pode dizer sobre o sentido da concavidade do gráfico de  $B$  ?

FIM

## COTAÇÕES

**Grupo I** .....5

Cada resposta certa: + 1	Cada resposta errada: - 0,2	Cada questão não respondida ou anulada: 0
--------------------------	-----------------------------	---

**Nota:** um total negativo neste grupo vale 0 (zero) valores.

**Grupo II** ..... 15

1.....7,7	2.....1,5	3.....5,8
1.1.....1,5		3.1.....1,7
1.2.....1,5		3.2.....1,7
1.3.....1,5		3.3.....1,3
1.4.....1,7		3.4.....1,1
1.5.....1,5		

O professor: RobertOliveira  
internet: [sm.page.vu](http://sm.page.vu)  
ou [go.to/roliveira](http://go.to/roliveira)